**Discrete Mathematics Assignment**

Kleene’s Second Recursive Theorem

2013210061 채윤병

Kleene’s Second Recursive Theorem은 어느 부분 재귀 함수 Q(x,y)에서  \varphi_p \simeq \lambda y.Q(p,y)를 만족하는 인덱스 p가 존재한다는 것이다.

이 말은 재귀 함수가 만족 되려면 첫번째 인수인 프로그램의 인덱스 p가 Q의 결과 값으로도 출력된다는 뜻이다. 즉 프로그램 자기 자신의 부분을 출력한다는 뜻인데 쉬운 예로 재귀 함수의 대표적인 피보나치 수열을 들어보자. 피보나치 수열은 보통 F(n+2) = F(n+1) + F(n)을 계산하지만 F(0)나 F(1) 같은 경우는 F(0), F(1) 내부에서 값을 해결한다.

return 0; (n = 0 일 때)

return 1; (n = 1 일 때)

즉 무슨 입력을 하든 f(0) = 0 와 f(1) = 1 의 출력은 불가피 하다. 즉 f(0) 와 f(1)은 더 이상의 호출을 하지 않는 fixed point가 된다.만약 f(0)와 f(1) 중에 하나라도 정의되지 않는다면 프로그램은 적당한 역할을 수행할 수 없게 된다.

만약 Kleene’s Second Recursive Theorem이 말하는 것처럼 재귀 함수 f는 \varphi_e \simeq \varphi_{F(e)}인 fixed point를 갖는다. 따라서 모든 재귀 함수는 fixed point를 갖는다는 Roger’s fixed point theorem을 통해 Kleene’s Second Recursive Theorem은 증명될 수 있다. 즉 Kleene’s Second Recursive Theorem는 모든 재귀 함수가 fixed point를 가진다는 말로 해석될 수도 있다.

이러한 fixed point를 통해 함수는 무한 루프에서 벗어나 종료된다. 즉 fixed point는 계속해서 반복하는 재귀의 끝을 만들어주며 프로그램이 종료되는 데 역할을 한다. 따라서 Kleene’s Second Recursive Theorem은 재귀 함수를 설계할 때는 프로그램이 종료하기 위해서 fixed point를 가져야 하기 때문에 프로그램의 인덱스를 출력하도록 설계해야 한다는 것을 의미한다.